MATEMÁTICAS 1º bachillerato Tema 8 17 octubre 2016

NOMBRE Y APELLIDOS BUSSONS

Puntuación (sobre 12): 2 + 2 + 2 + 3 + 3

1. Halla la expresión y el dominio de la función compuesta $(g\circ f)(x)$ siendo:

$f(x)=\sqrt{x+3}$, $g(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$. $\boxed{g(f(x))=g(\sqrt{x+3})=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x+2}}$; $\boxed{Dom(g\circ f)=[-3,\infty)\cup(-2,\infty)}$

$Dom(f)=[-3,\infty)$

↳ dominio: $\mathbb{R}-\{-2\}$

2. Calcula el dominio de la función inversa de: $f(x)=\dfrac{1}{x^3+1}$.

$\boxed{f^{-1}(x)=\sqrt[3]{\frac{1}{x}-1}} \Rightarrow \boxed{Dom(f^{-1})=\mathbb{R}-\{0\}}$

3. Calcula, si existen, los siguientes límites: a) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{2x+1}{(x+1)^4}$; b) $\lim\limits_{x\to9}\dfrac{x^2+x-90}{\sqrt{x}-3}$.

4. Estudia la continuidad de las siguientes funciones (di para qué valores son continuas):

reverso →

a) $f(x)=\sqrt{9x^2-4}$; b) $g(x)=\begin{cases}\dfrac{2x+6}{x} & \text{si } x<1\\ x+7 & \text{si } x\geq 1\end{cases}$; c) $h(x)=5-|2x-6|$

→ continua excepto en $x=0$

$9x^2-4\geq0 \Rightarrow x^2\geq\frac{4}{9}\Rightarrow |x|\geq\frac{2}{3}$ = Dom(f)

$\boxed{CONTIN: (-\infty,-\frac{2}{3}]\cup[\frac{2}{3},\infty)}$

$\lim\limits_{x\to1^-}g(x)=8$; $\lim\limits_{x\to1^+}g(x)=8$; $f(1)=8$

$\boxed{CONTINUIDAD: \mathbb{R}-\{0\}}$

5. Halla las asíntotas de las funciones: a) $f(x)=\dfrac{3}{x+5}$; b) $g(x)=\dfrac{x^3+2x+7}{x^2+x+1}$.

a) $\boxed{A.V.}$: $x+5=0 \Rightarrow \boxed{x=-5}$

$\boxed{A.H.}$: $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ $\boxed{y=0 \text{ por ambos lados}}$

$\boxed{A.O.}$: no puede tener por

b) $\boxed{A.V.}$: $x^2+x+1=0 \Rightarrow b^2-4ac=1-4=-3<0$

$\boxed{\text{No tiene}}$ (no hay solución real)

$\boxed{A.H.}$: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+2x+7}{x^2+x+1}=\infty$ ⇒ no hay asíntota

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^3+2x+7}{x^2+x+1}=-\infty$

$\boxed{A.O.}$: $m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+2x+7}{x^3+x^2+x}=1$

$n=\lim\limits_{x\to\infty}\left[\dfrac{x^3+2x+7-x^3-x^2-x}{x^2+x+1}\right]=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x^2+x+7}{x^2+x+1}=-1$

⇒ $\boxed{\text{asíntota } y=x-1}$, que lo será por ambos lados.

3 a) $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{2x+1}{(x+1)^4}=\dfrac{-1}{0^+}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2x+1}{(x+1)^4}=\dfrac{-1}{0^+}=-\infty$

$\boxed{\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{2x+1}{(x+1)^4}=-\infty}$

b) $\boxed{\lim\limits_{x\to9}\dfrac{x^2+x-90}{\sqrt{x}-3}}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to9}\dfrac{(x^2+x-90)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-3)}=\lim\limits_{x\to9}\dfrac{(x^2+x-90)(\sqrt{x}+3)}{x-9}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=$

$=\lim\limits_{x\to9}\dfrac{(x-9)(x+10)(\sqrt{x}+3)}{x-9}=\lim\limits_{x\to9}\left[(x+10)(\sqrt{x}+3)\right]=\boxed{114}$

4c $h(x) = 5 - |2x-6| = \begin{cases} 5-(6-2x) \ (\text{si } x<3) = 2x-1 & \text{continua en } (-\infty, 3) \\ 5-(2x-6) \ (\text{si } x \geq 3) = 11-2x & \text{continua en } (3, \infty) \end{cases}$

$\lim_{x \to 3^-} h(x) = 2 \cdot 3 - 1 = 5$

$\lim_{x \to 3^+} h(x) = 11 - 2 \cdot 3 = 5$

$f(3) = 11 - 2 \cdot 3 = 5$

continua en $x=3$

$\boxed{\text{continua en } \mathbb{R}}$