MATEMÁTICAS 1º bachillerato Tema 8 10 octubre 2016

NOMBRE Y APELLIDOS _____

Puntuación (sobre 11): 2 + 1 + 2 + 3 + 3

1. Halla la fórmula simplificada y el dominio de la función compuesta $(g\circ f)(x)$ siendo

$$f(x)=\sqrt{2x-4},\quad g(x)=\frac{1}{x^2-4}\ .$$

aunque $Dom(f)=[2,\infty)$ $\quad Dom(g)=(-\infty,2)\cup(2,\infty)$

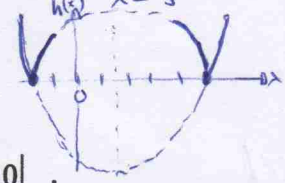
$g[f(x)]=g[\sqrt{2x-4}]=\dfrac{1}{\sqrt{2x-4}^2-4}=\dfrac{1}{2x-8}$

→ ... pero $Dom(g\circ f)=[2,4)\cup(4,\infty)$ que incluye $x=2$ y excluye $\begin{cases}x=4\\ x<2\end{cases}$

2. Calcula el dominio de la función: $f(x)=\dfrac{1}{1-|x-4|}=\begin{cases}\dfrac{1}{1-(-x+4)}=\dfrac{1}{x-3} & \text{si } x<4\\ \dfrac{1}{1-(x-4)}=\dfrac{1}{5-x} & \text{si } x\geq 4\end{cases}$

⇒ los denominadores se anulan en $x=3$ y $x=5$

⇒ $Dom(f)=\mathbb{R}-\{3,5\}$



3. Calcula, si existen, los siguientes límites: a) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x+1}{(5-x)^3}$; b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$. (abajo)

4. Estudia la continuidad de las siguientes funciones (di para qué valores son continuas):

a) $f(x)=\begin{cases}2x+6 & \text{si } x<1\\ x-7 & \text{si } x\geq 1\end{cases}$; continua en $\mathbb{R}-\{1\}$ porque $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=8$; $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=-6$

b) $g(x)=\begin{cases}2x & \text{si } x<1\\ 0 & \text{si } x=1\\ x+1 & \text{si } x>1\end{cases}$; continua en $\mathbb{R}-\{1\}$ porque $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=2=\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)$ pero $f(1)=0$

c) $h(x)=|x^2-3x-10|$. continua para todo $\mathbb{R}$ por ser un polinomio

5. Halla las asíntotas de las funciones: a) $f(x)=\dfrac{x}{x^3-1}$; b) $g(x)=\sqrt{\dfrac{x^3-1}{x+3}}$.

Nota: si hay asíntotas oblicuas, estudia el caso $x\to\infty$; el caso $x\to-\infty$ da un punto extra.

a) A.V.: $x^3-1=0\Rightarrow \boxed{x=1}$

A.H.: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{x^3-1}=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x^3-1}=0$; $\Rightarrow \boxed{y=0 \text{ por ambos lados}}$

A.O.: no puede tener porque hay asíntotas horizontales por ambos lados

b) A.V.: $x+3=0\Rightarrow \boxed{x=-3}$ Puedes comprobar que $\lim\limits_{x\to 3^-}f(x)=\infty$, $\lim\limits_{x\to 3^+}f(x)=\infty$.

A.H.: $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ x\to-\infty}}\sqrt{\dfrac{x^3-1}{x+3}}=\infty\Rightarrow$ No hay asíntotas horizontales.

A.O.: $m=\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{\dfrac{x^3-1}{x^2(x+3)}}=1$; $n=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{\dfrac{x^3-1}{x+3}}-x\right)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(\sqrt{\ }-x)(\sqrt{\ }+x)}{\sqrt{\ }+x}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-3x^2}{x^2+x^2}=\dfrac{-3}{2}$

$\boxed{y=x-\frac{3}{2}}$. La otra asíntota oblicua es $y=-x+\frac{3}{2}$.

(3) $\lim\limits_{x\to 5^-}\dfrac{x+1}{(5-x)^3}=\dfrac{6}{0^+}=\infty$; $\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{x+1}{(5-x)^3}=\dfrac{6}{0^-}=-\infty\Rightarrow$ no existe el límite

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}=\left[\dfrac{0}{0}\right]=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}=\dfrac{1}{2}$